

Internationales Finale der 28. FFJM-Meisterschaft - 28. August 2014

Informationen und Ranglisten unter <http://www.smasv.ch>

BEGINN ALLER KATEGORIEN

1 – DIE TINTENKLECKSE (Koeffizient 1)

Beat hat vier Ziffern einer Gleichung mit schwarzer Tinte übermalt. Die Gleichung $20 + 14 + \blacksquare 8 + \blacksquare = \blacksquare \blacksquare + 3$ benutzt alle Ziffern von 0 bis 9.

Ergänze die fehlenden Ziffern.

2 – DIE RISIKOJAHRE (Koeffizient 2)

Der Mathe-Asteroid kann die Erde nur in einem Risikojahr treffen. Die Jahreszahl eines solchen Jahres besteht aus vier Ziffern. 2014 ist ein Risikojahr da $(20-14)+1 = 7 = 2+0+1+4$.

Risikojahre findet man so: Teile die Jahreszahl in zwei Zahlen mit zwei Ziffern. Berechne die Differenz (die grössere Zahl minus die kleinere Zahl). Addiere 1.

Ist das Resultat gleich der Summe der Ziffern (Quersumme) so handelt es sich um ein Risikojahr, sonst nicht.

2114, 2214 und 2314 sind Risikojahre.

Welches wird das darauffolgende sein?

3 – RICHTIG ODER FALSCH (Koeffizient 3)

Mathonesien ist bewohnt von zwei Stämmen. Die Angehörigen vom ersten, Stamm R, sagen immer die Wahrheit. Diejenigen vom anderen, Stamm F, lügen immer.

Robinson trifft auf eine Gruppe von 6 Einwohnern und fragt sie nach dem Weg. Die ersten drei antworten.

Der vierte sagt: «Genau einer von diesen dreien hat gelogen.»

Der fünfte sagt: «Von den vier vorherigen haben genau zwei gelogen.»

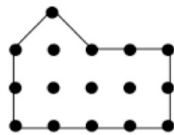
Darauf der sechste: «Und nun haben genau drei der fünf, die bereits geantwortet haben, gelogen.»

Genau einer der letzten drei, die geantwortet haben, gehört dem Stamm R an.

Welcher?

4 – DIE RISSE (Koeffizient 4)

Die Abbildung zeigt die Fassade eines Hauses mit einer Garage. Drei Risse teilen die Fassade in drei Teile, die exakt übereinander gelegt werden können (die Teile dürfen dazu gedreht und gewendet werden). Die Rissesegmente gehen von Punkt zu Punkt und zwar immer waagrecht, senkrecht oder diagonal zu einem der benachbarten Punkte.



Ziehe die Risse nach.

5 – DIE CRÊPES (Koeffizient 5)

Moritz backt unterschiedlich grosse Crêpes und stapelt sie gerade so wie er sie gebacken hat aufeinander (linkes Bild). Bevor er sie serviert will er sie der Grösse nach aufsteigend aufstapeln (rechtes Bild).



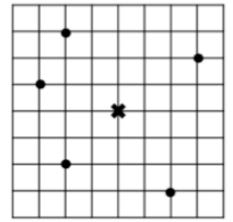
Eine Bewegung besteht darin, mit einer flachen Backschaufel zwischen zwei Crêpes (ausser zwischen der obersten und zweitobersten) zu gehen und den darüberliegenden Stapel von 2, 3 oder 4 Crêpes zu drehen.

Wie viele Bewegungen braucht er dazu mindestens?

ENDE DER KATEGORIE CE

6 – DIE SPINNE (Koeffizient 6)

Mimi die Spinne bewegt sich nur auf den Linien des abgebildeten regelmässigen Gitters. Ein schwarzer Kreis zeigt eine Vorratskammer an.



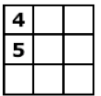
Mimis zurückgelegte Distanz von einem Punkt zu einem anderen entspricht der Anzahl Einheitsstrecken auf dem kürzestmöglichen Weg entlang der Gitterlinien zwischen den Punkten. Zum Beispiel, steht Mimi am mit einem Kreuz markierten Ort, so ist die Summe der Distanzen zu den 5 Vorratskammern 23.

Mimi setzt sich nun auf den Gitterknoten, von wo aus die Summe der Distanzen zu den 5 Vorratskammern minimal ist.

Zeichne Mimi im Gitter ein.

7 – DIE QUADRATE (Koeffizient 7)

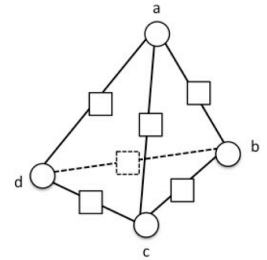
Alle Ganzzahlen von 1 bis 9 wurden in das 3x3 Gitter eingetragen (eine Zahl pro Feld). Nur zwei wurden nicht ausgewischt. In jedem möglichen 2x2 Quadrat muss die Summe gleich sein und so gross wie möglich.



Ergänze die sieben ausgewischten Zahlen.

8 – DER TETRAEDER (Koeffizient 8)

Nummeriere alle vier Ecken des Tetraeders (Kreise in der Abbildung) und alle sechs Kanten (Quadrate).



Die Zahl einer Kante muss gleich der Summe der beiden anliegenden Ecken plus 1 sein. Zum Beispiel, zwei Ecken mit den Zahlen 1 und 4 würden von einer Kante mit der Zahl 6 verbunden.

Alle Zahlen ausser einer von 1 bis 11 müssen benutzt werden. Die Zahlen in den Kreisen a, b, c und d müssen in aufsteigender Reihenfolge sein. Die punktierte Kante in der Abbildung ist die durch den Tetraeder verdeckte Kante.

ENDE DER KATEGORIE CM

Probleme 9 bis 18: Achtung! Um ein Problem vollständig zu lösen, musst du die Anzahl möglicher Lösungen angeben. Falls es genau eine Lösung gibt, gib diese Lösung an. Falls es mehrere Lösungen gibt, gib beliebige zwei korrekte Lösungen an. Bei Problemen die mehrere Lösungen haben könnten, ist Platz für zwei Lösungen vorgesehen, selbst dann, wenn es nur eine gibt.

9 – DEZIMALRECHNUNG (Koeffizient 9)

Jedes kleine Symbol steht für eine positive Zahl (>0), welche kleiner als 1 ist. Jedes mittelgrosse Symbol steht für eine positive Ganzzahl (>0).

Jedes grosse Symbol ist gleich der Summe des kleinen und mittelgrossen Symbols der gleichen Art (Kreis, Quadrat, Dreieck).

$$\begin{aligned} \bigcirc + \square + \triangle &= 4,8 \\ \square + \triangle + \bigcirc &= 8,6 \\ \triangle + \bigcirc + \square &= 7,0 \end{aligned}$$

Für welche Zahlen stehen die drei grossen Symbole?

10 – DIE GERADEN (Koeffizient 10)

Man zeichne eine gewisse Anzahl von Geraden in einer Ebene, darunter die Geraden G1, G2 und G3.

Die Gerade G1 schneidet 20 Geraden.

Die Gerade G2 schneidet 14 Geraden.

Wie viele Geraden schneidet G3 mindestens?

11 – DAS FINALE (Koeffizient 11)

Anna, Berta und Claudia sind die einzigen Finalisten in einem Spielwettbewerb. Es gibt nie Unentschieden und es gibt immer die gleiche Anzahl Punkte (in Ganzzahlen und > 0) für die gleiche Platzierung, egal um welches Spiel es sich handelt.

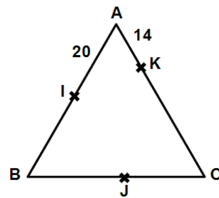
Die Punkteanzahl ist absteigend vom ersten zum dritten Platz. Anna, Berta und Claudia haben 20, 14 und 11 Punkte erhalten. Berta gewann das Sudoku-Spiel.

Wie viele Punkte hat sie im Kakuro-Spiel erhalten?

ENDE DER KATEGORIE C1

12 – DIE FÄHREN (Koeffizient 12)

Die Inseln A, B und C liegen auf den Ecken eines gleichseitigen Dreiecks. Zur gleichen Zeit fahren die Fähre ABC von A Richtung B und die Fähre BAC von B Richtung A ab. Die Fähre BAC fährt im Uhrzeigersinn, die Fähre ABC im Gegenuhrzeigersinn. Jede der beiden Fähren folgt den Dreiecksanten mit einer konstanten aber voneinander unterschiedlichen Geschwindigkeit. Man vernachlässige die Stopps bei den Inseln.



Die beiden Fähren kreuzen sich das erste Mal in I (zwischen A und B) 20 Seemeilen von A entfernt. Sie kreuzen sich das zweite Mal in J, irgendwo zwischen B und C. Sie kreuzen sich zum dritten Mal in K (zwischen C und A) 14 Seemeilen von A entfernt.

Wie gross ist der Umfang des Dreiecks ABC? Runde das Resultat auf die nächste ganze Seemeile auf oder ab.

Bemerkung: Die Abbildung ist nicht längentreu.

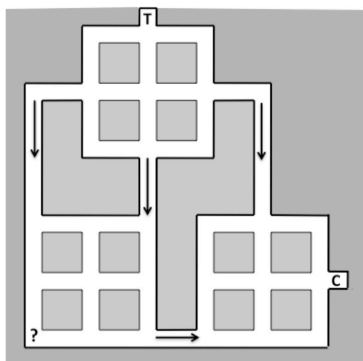
13 – DAS WÄGEN (Koeffizient 13)

Mathilda hat eine Waage mit zwei Waagschalen und sechs Gewichten, die alle unterschiedlich sind. Die Gewichte sind nummeriert von 1 bis 6 in aufsteigender Reihenfolge gemäss ihrem Gewicht. Das Gewicht Nr. 2 ist also schwerer als das Gewicht Nr. 1, usw. Ein Wägen besteht darin, drei Gewichte auf jede Waagschale zu legen. Da Mathilda weiss, dass ein Gleichgewicht möglich ist, will sie es im ersten, zweiten oder maximal dritten Wägen erreichen.

Beim ersten Wägen, welches sind die Nummern der beiden Gewichte, die mit dem Gewicht Nr. 1 auf die gleiche Waagschale gelegt werden müssen?

14 – DER MAULWURFBAU (Koeffizient 14)

Die Abbildung zeigt den Vertikalschnitt eines Maulwurfhügels. Beginnend beim Eingang (T) ganz oben kriecht der Maulwurf zur Schlafnische (C) unten rechts. Die Pfeile geben an, in welcher Richtung die entsprechenden Korridore begangen werden müssen.



Es gibt 2014 Pfade von T nach C, die nie zwei Mal durch denselben Korridor oder die gleiche Kreuzung gehen. Wie viele gehen durch die Ecke unten links?

ENDE DER KATEGORIE C2

15 – GLÜCKSZAHLEN (Koeffizient 15)

Eine Glückszahl ist eine positive Ganzzahl, deren Kubikzahl 13 Mal mehr positive Teiler besitzt als sie selbst.

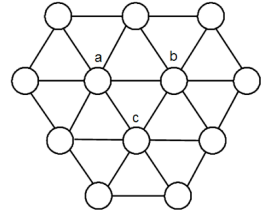
Wie viele positive Teiler hat eine Glückszahl?

Bemerkung: 1 und die Zahl selbst werden auch gezählt, z.B. 30 hat 8 positive Teiler und ihre Kubikzahl hat 64, also 8 mal mehr.

16 – DER MAGISCHE DIAMANT (Koeffizient 16)

Schreibe eine Zahl in jeden Kreis.

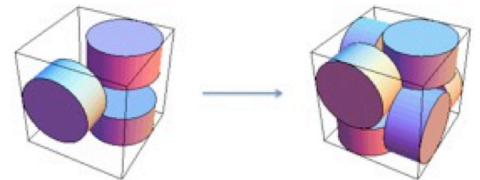
Die Zahlensumme von drei respektive vier Kreisen, die auf einer der neun Linien angeordnet sind, muss immer gleich sein und so klein wie möglich. Alle ausser drei Zahlen von 0 bis 14 müssen benutzt werden. Die Zahlen in den Kreisen a, b und c müssen in aufsteigender Reihenfolge sein.



ENDE DER KATEGORIE L1 UND GP

17 – DIE THONBÜCHSEN (Koeffizient 17)

Alle Thonbüchsen sind zylinderförmig und identisch. Der Durchmesser der Grundfläche ist doppelt so gross wie die Höhe. Für die Fracht sind sie in würfelförmigen Kisten verpackt. Jede Büchse muss eine der Kreisflächen komplett plan anliegend an eine Kistenseite haben. Die Abbildung links zeigt die Anordnung von drei Büchsen in der kleinstmöglichen Kiste. Die Abbildung rechts zeigt die Anordnung von sechs Büchsen in der kleinstmöglichen Kiste.



Die Seitenlänge der linken Kiste ist genau ein Millimeter kleiner als die der rechten Kiste.

Wie gross ist der Deckel-Durchmesser einer Thonbüchse? Runde das Resultat auf den nächsten Millimeter auf oder ab.

Falls benötigt, benutze $\sqrt{65} \approx 8.062$.

18 – DIE FERNSEHTESTBILDER (Koeffizient 18)

Man nummeriere alle 4096 verschiedenen schwarz-weiss Muster, basierend auf einem 3×4 Gitter. Ein Fernsehtestbild wird aus einem oder mehreren solchen Mustern gebildet. Zwei Muster gehören dann, und nur dann, zum gleichen Testbild, wenn das eine Muster - durch eine Folge von Vertauschungen von entweder zwei Zeilen oder zwei Spalten - in das andere übergeführt werden kann.



Beispielsweise diese vier Muster (und noch einige mehr) erscheinen im gleichen Testbild.

Wie viele Testbilder gibt es total?

ENDE DER KATEGORIE L2, HC



Fachhochschule Nordwestschweiz



Eidgenössische Technische Hochschule Zürich
Swiss Federal Institute of Technology Zurich